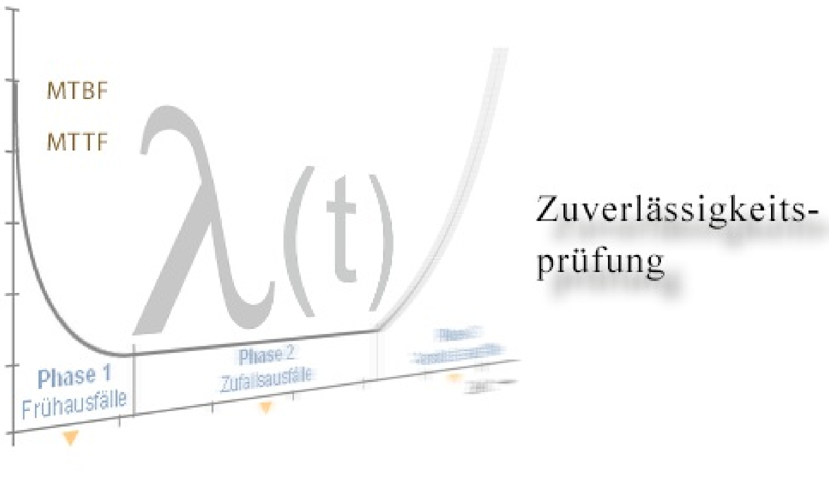
ZUV - Zuverlässigkeitsprüfung



Lernziele und Überblick

Voraussetzungen

Um diese Lerneinheit bearbeiten zu können, sollten Sie vorher

- GQM - Grundlagen des Qualitätsmanagements
- MVW - Methoden, Verfahren und Werkzeuge
- MGF - Messgerätefähigkeitsuntersuchung
- MFU - Maschinenfähigkeitsuntersuchung
- PFS - Prozessfähigkeit und Prozesssicherheit

durchgearbeitet haben.

Lernziele

Lernziele

Nach dem Durcharbeiten dieses Kapitels sollen Sie

- den Begriff der Zuverlässigkeit kennen,
- die Begriffe MTBF und MTTF kennen,
- Ausfallmechanismen unterscheiden können,
- das Modell der Exponential- und Weibullverteilung kennen,
- mit Hilfe des Lebensdauernetzes entscheiden können, ob eine ausfallfreie Zeit vorliegt und
- Kennwerte zur Beschreibung der Zuverlässigkeit bestimmen können.

Gliederung

Gliederung der Lerneinheit

Die Lerneinheit „*ZUV - Zuverlässigkeitsprüfung*“ gliedert sich wie folgt:

Zeitbedarf

Zeitbedarf und Umfang

Für die Durcharbeitung dieser Lerneinheit benötigen Sie ca. 2 Stunden (120 Minuten).

Formelsammlung des Studienmoduls (Siehe Anhang)

1 Qualität auf Zeit (Einführung)

Jeder Kunde erwartet, dass ein von ihm erworbener Gegenstand nicht nur im Moment des Auspackens funktioniert. Er wird recht konkrete Vorstellungen haben, wie lange das Gerät, die Maschine, der Apparat funktionieren soll. Mit anderen Worten: der Kunde erwartet eine gewisse **Lebensdauer** oder auch **Brauchbarkeitsdauer** bei einem Produkt.

1.1 Der Begriff Zuverlässigkeit

So könnte beispielsweise die Frage aus Sicht des Kunden lauten: *„Wie sicher ist es, dass mein neuer Fernseher auch nach fünf Jahren noch läuft?“* Eine mögliche Frage im Sinne eines industriellen Kunden könnte also lauten: *„Wie groß ist die Verfügbarkeit meiner neuen Maschine?“* Genauso interessant ist für den Lieferanten die Frage: *„Wie sicher kann ich sein, dass mein Produkt bis zum Ende der Garantiezeit nicht beim Kunden ausfallen wird?“* Wenn wir uns mit Qualitätsmanagement in der Nutzungsphase auseinandersetzen, geht es folglich um nichts Geringeres als um die Sicherung der **Qualität auf Zeit**. Fachsprachlich wird dies mit dem Begriff der **Zuverlässigkeit** umrissen.

Definition

Zuverlässigkeit

Zuverlässigkeit ist Qualität auf Zeit

„Zuverlässigkeit ist Teil der Qualität im Hinblick auf das Verhalten der Einheit während oder nach vorgegebenen Zeitspannen bei vorgegebenen Anwendungsbedingungen.“

So liest sich die Definition der **Zuverlässigkeit** in DIN 55 350, Teil 11.

Bei der Betrachtung der Zuverlässigkeit spielt die Zeit in Form von **Zeitspannen** die zentrale Rolle. Deshalb stellt sich die Frage, in welcher Einheit die Zeit gemessen werden soll. Sicherlich antworten Sie: *„Na, in Stunden oder Jahren.“* Dies ist auch die in den meisten Anwendungsfällen richtige Lösung. So erfassen wir die Brenndauer von Feuerzeugfüllungen ebenso wie die Lebensdauer von Glühlampen in Stunden.

Aber auch andere Zeiteinheiten sind üblich; beim Pkw beispielsweise kann die Lebensdauer von Reifen bis zur kritischen Abnutzung des Profils in km angegeben werden. Wenn es darum geht, wie lange ein elektrischer Schalter oder ein Relais funktionstauglich ist, wird die Lebensdauer häufig in Schaltspielen (Ssp) angegeben, analog zur Angabe der Zeitfestigkeit von dynamisch beanspruchten Bauteilen in Lastwechseln (Lw).

1.2 Anwendungsbedingungen

Da die Zuverlässigkeitsanforderung ein Teil der Qualitätsanforderung ist, muss ein Hersteller für nicht vorhandene Zuverlässigkeit haften; er muss folglich klar definieren, unter welchen Randbedingungen die Zuverlässigkeitsanforderung erfüllt werden kann. Durch diese Definition kann er unterscheiden zwischen Ausfällen oder Versagen einerseits und Zerstörungen andererseits. Haften muss ein Hersteller nämlich nur für die Ereignisse:

Definition

Ausfall

Beendigung der Funktionsfähigkeit einer gegenständlichen Einheit im Rahmen der zugelassenen Beanspruchung

und gelegentlich

Definition

Versagen

Entstehung einer Störung bei zugelassenem Einsatz einer Einheit aufgrund einer in ihr selbst liegenden Ursache

Einen Kernpunkt bei allen Aussagen zur Zuverlässigkeit bildet daher die Festlegung der **Beanspruchungs- oder Einsatzbedingungen**; denn wie aus der Definition der Zuverlässigkeit ersichtlich, geht es stets um Qualität auf Zeit „unter vorgegebenen Anwendungsbedingungen“. Nur durch klare Festlegung der Anwendungsbedingungen kann sich ein Hersteller vor Gewährleistungskosten aufgrund unsachgemäßer Handhabung schützen!

1.3 Instandzusetzende und nicht-instandzusetzende Einheiten

Wenn ein Ausfall endgültig ist, das Produkt nach dem Ausfall also nicht mehr repariert werden kann oder soll, spricht man von einer **nicht-instandzusetzenden Einheit**. Bei solchen nicht-instandzusetzenden Einheiten wird die Zeit in Klardauern, Betriebsdauern und Betriebspausen zerlegt, um daraus die Lebensdauer zu bestimmen. Der Begriff der **Klardauer** ist dem Sprachgebrauch von Marine und Militär entlehnt. Beispielsweise benennt der Klarstand bei Hubschraubern die Zahl von Helikoptern, die einsatzbereit sind oder startklar!

Als Beispiel für eine nicht-instandzusetzende Einheit kann eine elektrische Lampe angesehen werden. Die Zeit zwischen Einschrauben und Durchbrennen der „Lampe“ ist die **Klardauer UT** (engl. up time); innerhalb dieser Zeit wird die Lampe nicht durch einen Ausfall unterbrochen. Zeitintervalle zwischen Ausschalten und Einschalten gelten als **Betriebspausen**; die zwischen Einschalten und Ausschalten als **Betriebsdauern**. Die Summe aller Betriebsdauern einer Einheit bis zum Ausfall heißt **Lebensdauer TTF** (engl. time to failure).

Als Kennwert aus einer Stichprobe von n Lebensdauern kann der arithmetische Mittelwert der Lebensdauern angegeben werden. Dieser heißt **mittlere Lebensdauer MTTF** (engl. mean time to failure).

Das Gegenstück dazu sind instandzusetzende Einheiten; diese können nach Ausfällen oder Versagen wieder in Gang gebracht werden. Hier wird die Klardauer als **Ausfallabstand TBF** (engl. time between failures) bezeichnet, der wiederum aus Betriebsdauern und Betriebspausen bestehen kann. Mit dem Ausfall einer Einheit beginnt die **Unklardauer DT** (engl. down time), die erst endet, wenn die Funktionsfähigkeit wiederhergestellt ist. Die Unklardauer wird hier nicht weiter untersucht.

Als Kennwert aus einer Stichprobe von n Ausfallabständen von einer oder mehreren Einheiten kann der arithmetische Mittelwert berechnet werden. Dieser heißt **mittlerer Ausfallabstand MTBF** (engl. mean time between failures).

2 Unzuverlässigkeit und Ausfallverhalten

2.1 Ausfallwahrscheinlichkeit

Ein gutes Beispiel für das Zuverlässigkeitsverhalten in der „Nutzungsphase“ sind wir selbst, der Mensch. Die folgende Grafik zeigt die „Unzuverlässigkeit“ des Menschen in Form des Verlaufs der Sterbewahrscheinlichkeit über der Zeit.

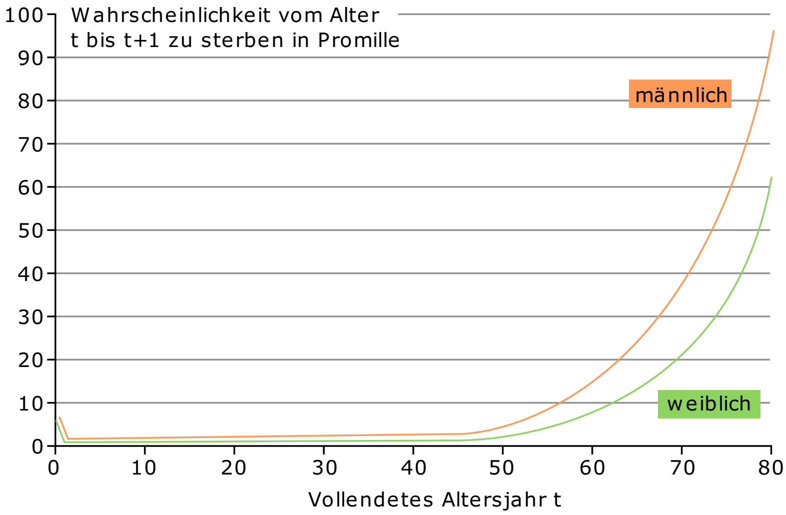


Abb.: Sterbewahrscheinlichkeit in Deutschland 1991/93

Quelle: StBA, Statistisches Jahrbuch 1995, S. 76

Diese zeigt beispielsweise, dass rund 19 ‰ der Frauen, die das 70. Lebensjahr vollendet haben, im 71. Lebensjahr alterungsbedingt sterben. Außerdem zeigt sie das Phänomen der Säuglingssterblichkeit; ca. 7 ‰ der lebend geborenen Jungen überstehen das erste Lebensjahr nicht. Zwischen dem 2. und 15. Lebensjahr scheint keine Systematik zu bestehen; die Todesfälle sind gering und basieren rein auf dem Zufall. Dann steigen die zufälligen Todesfälle durch Teilnahme am Straßenverkehr und Unvernunft speziell bei Männern. Ab etwa dem 35sten Lebensjahr setzen alterungsbedingte Todesfälle ein.

Ohne Kenntnis dieser Charakteristik ist Qualitätsmanagement bei Versicherungen – speziell bei Lebens- oder Rentenversicherungen – nicht möglich! Im technischen Sinne wird die Sterbewahrscheinlichkeit als **Ausfallrate λ (t)** – bezeichnet.

Definition

Ausfallrate

Die **Ausfallrate λ (t)** beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Einheit, die die Zeit t überlebt hat bzw. bis zum Zeitpunkt nicht ausgefallen ist, im nächsten differentiell kurzen Zeitintervall ausfallen wird.

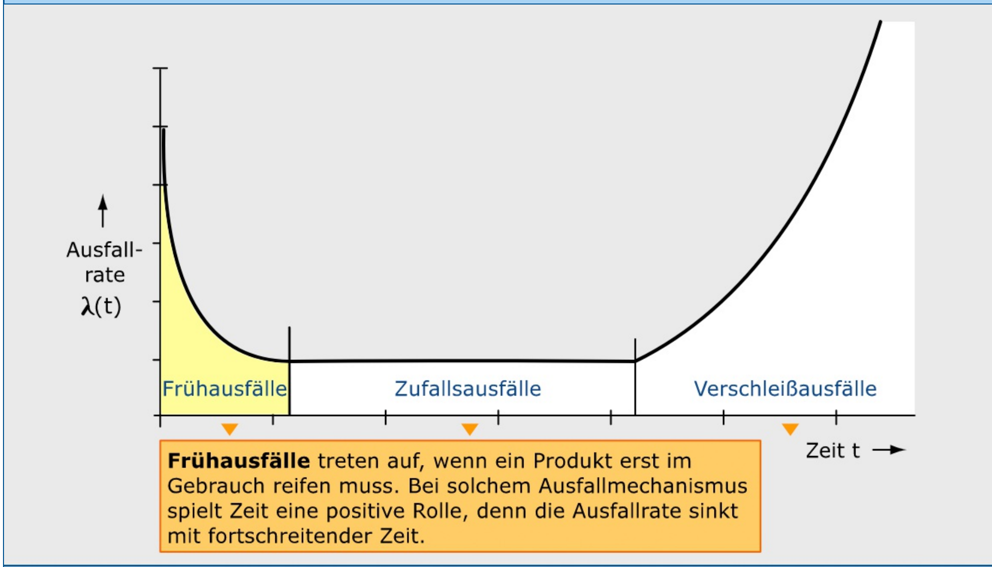
Die Größe t kann neben der Zeit auch in Merkmalen wie gefahrenen Kilometer eine Kfz oder Schaltspiele eine Relais sein.

Rolloverbild

2.2 Ausfallmechanismen

Der Verlauf der Ausfallwahrscheinlichkeit beliebiger Einheiten beschreibt das Modell der *„Badewannenkurve der Ausfallrate“*. Nach diesem Drei-Phasen-Modell sind die folgenden Arten von Ausfallmechanismen anzutreffen: **Frühausfälle**, **Zufallsausfälle** und **Verschleißausfälle**.

Badewannenkurve der Ausfallrate (Ausfallmechanismen)



Textversion: Badewannenkurve der Ausfallrate (Ausfallmechanismen)

Frühausfälle treten auf, wenn ein Produkt erst im Gebrauch reifen muss. Bei solchem Ausfallmechanismus spielt Zeit eine positive Rolle, denn die Ausfallrate sinkt mit fortschreitender Zeit.

Zufallsausfälle stehen für einen Ausfallmechanismus, bei dem die Zeit keinen Einfluss hat. Die Ausfallrate ist daher konstant.

Verschleißausfälle treten auf, wenn ein Produkt im Laufe der Zeit immer unzuverlässiger wird. Dies kann mit den Worten Verfall oder Alterung beschrieben werden und zeigt sich durch eine stetig steigende Ausfallrate.

Ein Pkw-Motor kann als Beispiel für die Existenz der drei Phasen der Badewannenkurve dienen. Durch Montagefehler fällt ein gewisser Anteil der Motoren schon innerhalb der ersten Betriebsstunden aus; deshalb werden Motoren einem „Run In“ auf dem Motorenprüfstand unterzogen, um den größten Anteil der Frühausfälle nicht beim Kunden geschehen zu lassen. Darüber hinaus wird dem Kunden meist ein „Einfahren“ empfohlen. Danach folgt eine lange Nutzungsphase, innerhalb derer es nur sehr vereinzelt zu Zufallsausfällen kommt. Zufallsausfälle werden durch Materialschwankungen oder Bedienungs- bzw Wartungsfehler verursacht. Während der Nutzungsphase entstehen ständig kaum wahrnehmbare mikroskopische Schädigungen der Motoren; diese wirken sich langfristig makroskopisch aus und werden in steigendem Umfang als Verschleißausfälle wahrnehmbar.

3 Darstellung von Zuverlässigkeitsdaten aus Tests und Feldinformationen

Die Quantifizierung der Zuverlässigkeit auf Basis von Versuchsergebnissen oder Feldinformationen macht es erforderlich, dass diese in einer Form wiedergegeben werden, die für statistische Methoden geeignet sind. Zunächst sind grafische Methoden existent, die mathematisch beschrieben werden können.

Ein Beispiel soll die verdeutlichen:

Beispiel

Ausfallprüfung

90 Einheiten werden auf Prüfständen bis zum Ausfall geprüft und die Zeit bis zum Ausfall einer von 8 Klassen mit der Klassenweite 10h zugeordnet.

Klassennummer	Zeit bis Ausfall [h]	Ausfälle in Klasse	Ausfallsumme
1	0-9	30	30
2	10-19	20	50
3	20-29	13	63
4	30-39	10	73
5	40-49	6	79
6	50-59	5	84
7	60-69	4	88
8	70-79	2	90

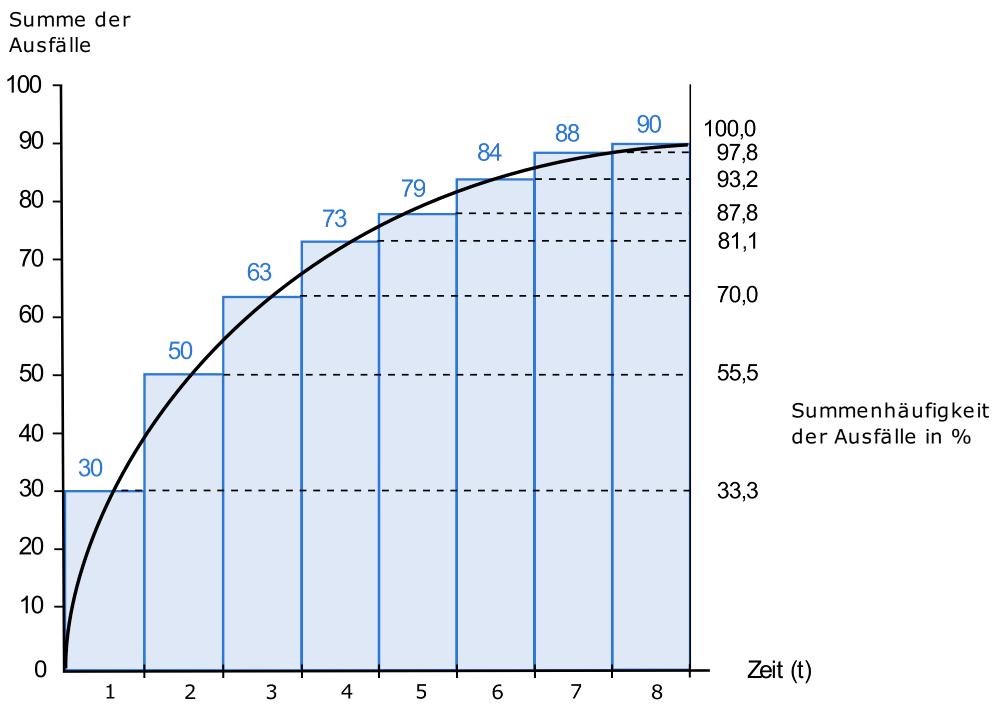


Abb.: Histogramm der Ausfallsummenhäufigkeit (Rechte Skala %)

Mit mehr Werten und kleineren Klassenweiten entsteht die Ausfallverteilungsfunktion F(t) oder Summenausfallfunktion, wobei F aus dem Englischen für *failure* abgeleitet ist.

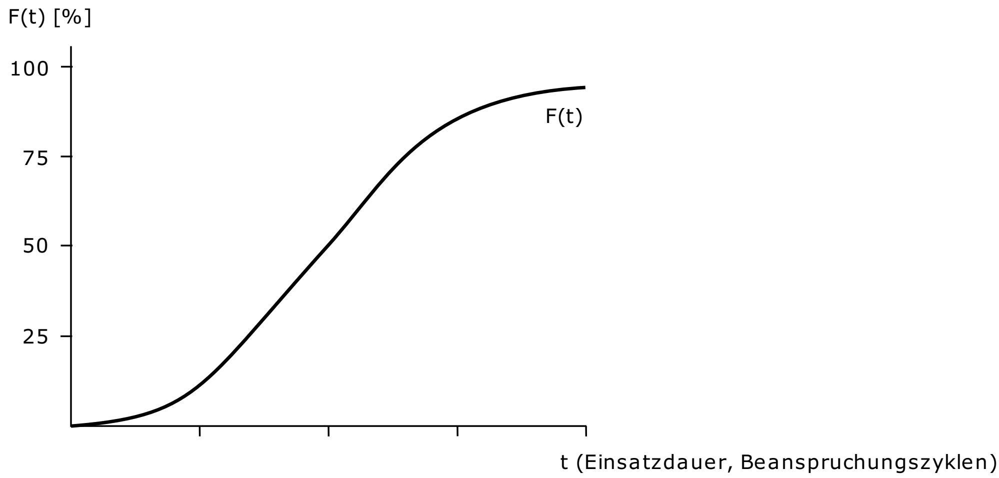


Abb.: Summenausfallfunktion

$F(t)$ = Summenausfallfunktion

$R(t)$ = Überlebenswahrscheinlichkeit (Zuverlässigkeit)

$R(t) = 1 - F(t)$ R für engl. *Reliability*

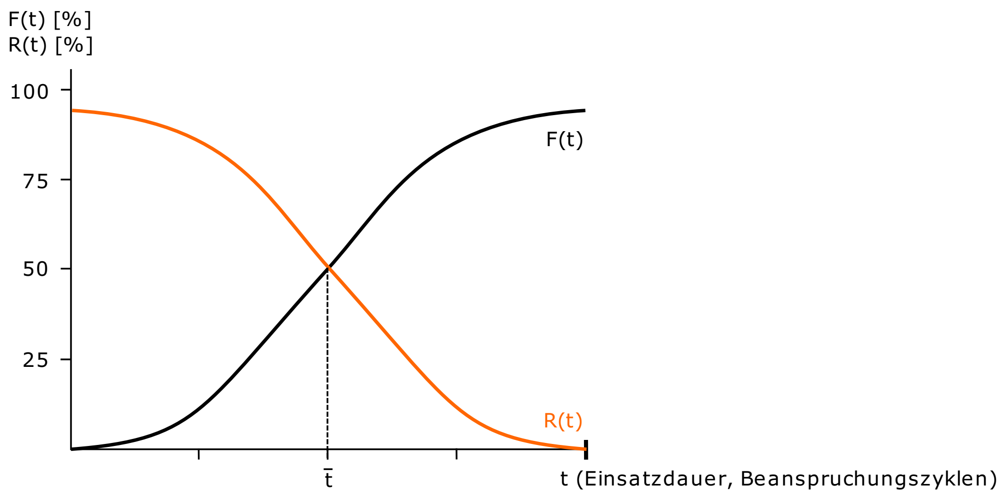


Abb.: Überlebenswahrschein-lichkeit

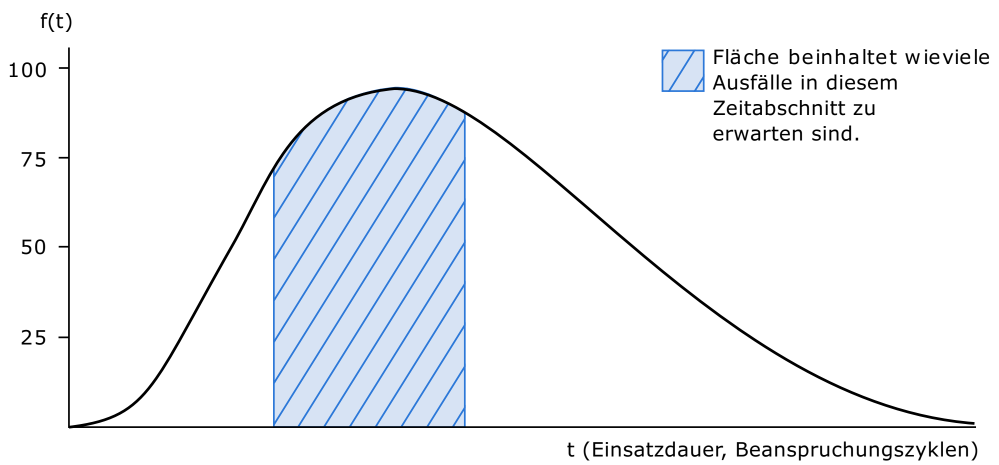


Abb.: Ausfalldichtefunktion

$f(t)$ = Ausfalldichtefunktion

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

4 Statistische Verteilungen zur Beschreibung des Ausfallverhaltens und von Lebensdauern

4.1 Normalverteilung

Die Normalverteilung ist zur Beschreibung des Ausfallverhaltens und von Lebensdauern nur sehr eingeschränkt geeignet. Die Parameter μ und σ spielen der Beschreibung von Zuverlässigkeiten nur eine untergeordnete Rolle.

4.2 Exponentialverteilung

Sie spielt eine Rolle bei elektronischen Komponenten und ist dadurch gekennzeichnet, dass es nur Zufallsausfälle gibt, d. h die Ausfallrate $\lambda(t)$ ist konstant. (siehe Abbildung der Badewannenkurve in Abschnitt 2)

Wie ist das alles zu erklären?

Vielfach werden elektronische Komponenten einem „Burn-in“ unterzogen, das die Frühausfälle quasi vorwegnimmt. Verschleißausfälle treten nicht auf, da elektronische Geräte aus technischen Gründen vor Erreichen der theoretisch möglichen Lebensdauer ersetzt werden. Denken Sie an ihr Mobiltelefon!

Für die Beschreibung von Lebensdauerverteilungen müssen wir bei der Exponentialverteilung einen neuen Parameter einführen (gilt auch für Abschnitt 4.3). Es handelt sich um die charakteristische Lebensdauer T. T ist die Zeit die von 63,2 % der Einheiten **nicht** überlebt wird.

Für die Exponentialverteilung gilt:

$$T = \mu_t = \text{MTTF} = \text{MTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

Die Zuverlässigkeitsfunktion und die Summenausfallfunktion lauten:

Zuverlässigkeitsfunktion (=Überlebensdauerwahrscheinlichkeit, Lebensdauergesetz)

$$R\left(t\right) = \exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)\right] = e^{-\lambda t}$$

Summenausfallfunktion (= Ausfallwahrscheinlichkeit)

$$F\left(t\right) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Vor allem elektronische und elektrische Bauelemente weisen ein Ausfallverhalten auf, das als reines Zufallsausfallverhalten mit der Exponentialverteilung beschrieben werden kann; d. h. die Frühausfälle sortiert der Lieferant aus, und die Verschleißausfälle wirken sich nicht mehr beim Kunden aus, da das Nutzungsende des Produkts weit vor dem Verschleißausfall liegt. Denken Sie nur an den Computer, der meist verschrottet wird, weil er überholt ist und nicht etwa, weil er kaputt wäre.

Mit der Exponentialverteilung gehen einige Besonderheiten einher. So ist z. B. die **charakteristische Lebensdauer T** gleich der **mittleren Lebensdauer MTTF**; gleiches gilt für den **mittleren Ausfallabstand MTBF**.

MTTF = T

oder

MTBF = T

Außerdem ist die **Ausfallrate λ (t)** bei Zufallsausfällen konstant und entspricht dem Kehrwert der charakteristischen Lebensdauer. Diese Eigenschaft lässt sich gut bei der Bestimmung der Zuverlässigkeit von elektronischen Baugruppen nutzen, bei der die Ausfallrate der Baugruppe oft der Summe der Ausfallraten aller Komponenten entspricht.

$$\lambda = \lambda(t) = \frac{1}{T}$$

Wir zeigen Ihnen hier einige Formelumstellungen, die Ihnen die Lösung von Übungs- und Klausuraufgaben erleichtern soll:

$$T = \frac{-t}{l_n\ R(t)} \qquad t\ =\ T\,[-l_n R(t)]$$

$$\lambda\ =\ \frac{-l_n\ R(t)}{t} \qquad t\ =\ \frac{-l_n\ R(t)}{\lambda}$$

4.3 Weibull-Verteilung

Die wichtigste Verteilung im Gebiet des Zuverlässigkeitsmanagement ist die Weibull-Verteilung, die nach dem schwedischen Ingenieur und Statistiker Waloddi Weibull benannt ist. Man unterscheidet die 2- und 3-parametrige Weibull-Verteilung

4.3.1 Die 2-parametrige Weibull-Verteilung

Kennzeichen dieser Verteilung ist, dass Ausfälle unmittelbar nach Inbetriebnahme auftreten können. Für die 2-parametrige Weibull-Verteilung brauchen wir - wie der Name schon sagt - 2 Parameter:

1. Charakteristische Lebensdauer T (wie bei der Exponentialverteilung) = Lebensdauer bei der sich eine Ausfallwahrscheinlichkeit $F(t)$ von 63,2 % ergibt.
2. Formparameter b = Maß für die Streuung der Ausfallzeiten und für die Form der Ausfalldichte. b wird auch als „Ausfallsteilheit“ bezeichnet.

Formel

Zuverlässigkeitsfunktion (=Überlebensdauerwahrscheinlichkeit, Lebensdauergesetz)

$$R\ (t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)^b\right] = e^{-\lambda t^b}$$

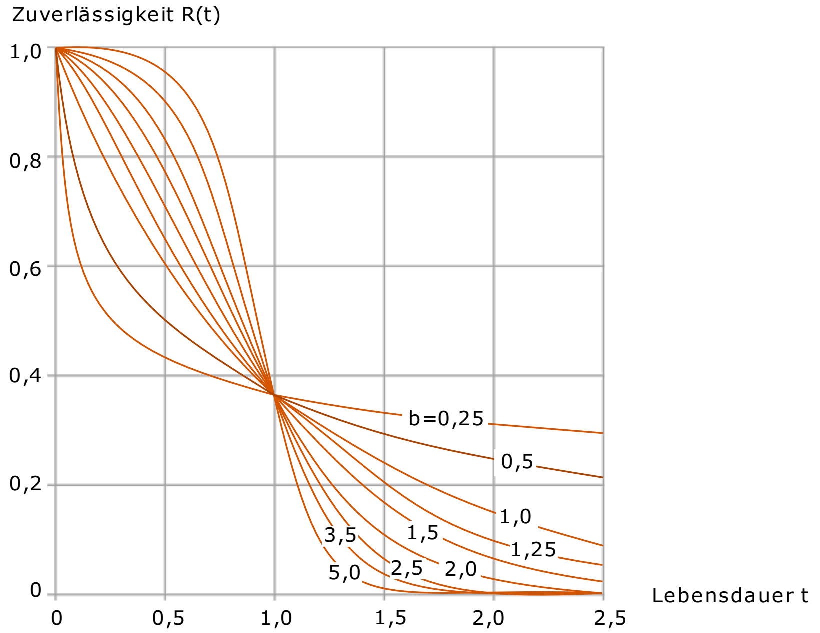
Formel

Summenausfallfunktion (= Ausfallwahrscheinlichkeit)

$$F\ (t) = 1 - e^{-\lambda t^b}$$

In Abhängigkeit vom Formfaktor b können sich unterschiedliche Kurvenverläufe von R(t), F(t) und f(t) ergeben.

Überlebenswahrscheinlichkeit R(t) der Weibullverteilung für unterschiedliche Formparameter b



Zwischen dem Formparameter b und der Ausfallrate λ bestehen folgende Zusammenhänge.

Formparameter b	Ausfallrate λ	Bemerkungen
<1	$\lambda(t)$ sinkt im Laufe der Zeit	Charakteristisch für Frühausfälle
1	$\lambda(t)$ = konstant	Charakteristisch für Zufallsausfälle (Exponentialverteilung)
1-2	$\lambda(t)$ erst stark, später schwächer steigend	b>1 führt zu Verschleißausfällen
2	$\lambda(t)$ linear steigend	
>2	$\lambda(t)$ erst schwach, später stärker steigend	
3,6		Bei b=3,6 Beschreibung des Ausfallverhaltens mit einer Normalverteilung möglich.
>5		In der Praxis nicht relevant.

Tab.: Zusammenhang Formparameter b und der Ausfallrate λ

Zusatz-Wissen

4.3.2 Die 3-parametrige Weibull-Verteilung

Die 3-parametrige Weibull-Verteilung enthält neben dem Parameter T und b einen dritten Parameter, die ausfallfreie Zeit t_0.

Die ausfallfreie Zeit ist so zu erklären, dass bei vielen Produkten erst eine langfristige Summation mikroskopischer Teilschädigungen erforderlich ist, bis sich ein makroskopischer Schaden zeigt. Während beispielsweise Heizstrahler eingeschaltet ist, kommt es permanent zu mikroskopischen Verdampfungen an der Glühwendel.

Erst nach einer längeren Brenndauer ist die Wendel so stark geschwächt, dass es in Form von Durchbrennen zu einem makroskopisch wahrnehmbaren Ausfall kommt. Wenn in einer Grundgesamtheit von Heizstrahlern beispielsweise keine innerhalb der ersten 800 Stunden durchbrennt, entspricht dies der ausfallfreien Zeit von 800 Stunden.

Auch beim Menschen lässt sich die Existenz einer „ausfallfreien Zeit“ nachvollziehen. So brechen Krankheiten üblicherweise nicht unmittelbar nach der Infektion aus, sondern erst nachdem sich die Erreger hinreichend stark im Organismus verbreitet haben. Diese **Inkubationszeit** entspricht dem technischen Begriff der ausfallfreien Zeit. Übrigens: die „Quarantäne“ (von französisch quarante = 40) zeugt davon, dass schon unsere Vorfahren mit dem Problem der Inkubation – beispielsweise bei Pest und Cholera – umzugehen wussten; Schiffe mit seuchenverdächtigen Personen an Bord unterlagen zur „sicheren“ Überbrückung der Inkubationszeit einer 40-tägigen Hafensperre.

Abb.: Inkubationszeit

Das Lebensdauergesetz, das zur Berechnung der Zuverlässigkeit für die Nutzungsphase verwendet wird, ist die Zuverlässigkeitsfunktion R(t) der Weibullverteilung:

Formel

$$R\left(t \leq t_0\right) = 1$$

$$R\left(t > t_0\right) = \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b\right] = e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b}$$

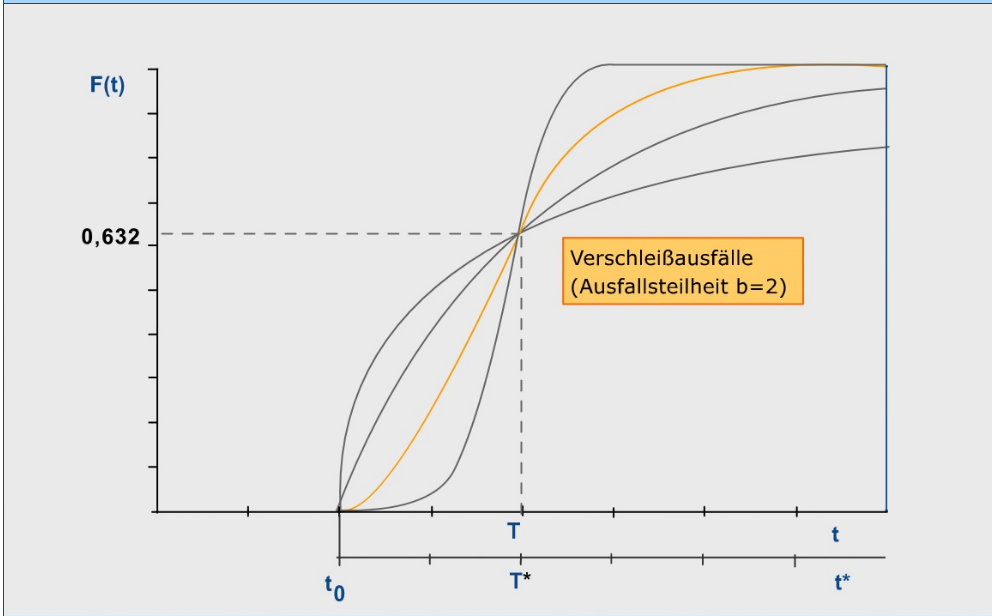
Der Buchstabe R steht für englisch Reliability = Zuverlässigkeit und t für time = Zeit.
Die **Ausfallwahrscheinlichkeit** wird nach der **Ausfall-Verteilungsfunktion F(t)** berechnet:

$$F\ (t \le t_0) = 0$$

$$F\ (t > t_0) = 1\ -\ R(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b\right] = 1\ -\ e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b}$$


Rolloverbild

Ausfall-Verteilungsfunktion der 3-parametrigen Weibullverteilung



Textversion: Ausfall-Verteilungsfunktion der dreiparametrigen Weibullverteilung

F(t) = Ausfallwahrscheinlichkeit
t_0 = Ausfallfreie Zeit
T= Charakteristische Lebensdauer wird von 63,2 % nicht überlebt
T* = Transformierte charakteristische Lebensdauer im Falle einer ausfallfreien Zeit
t = Zeit
t* = Transformierte Zeit im Falle einer ausfallfreien Zeit

- Bei T steilste Kurve: Verschleißausfälle (Ausfallsteilheit b=5)
- Verschleißausfälle (Ausfallsteilheit b=2)
- Zufallsausfälle (Ausfallsteilheit b=1)
- Bei T flachste Kurve: Frühausfälle (Ausfallsteilheit b = 0,5)

Die Verteilung wird als 3-parametrige (oder auch 3-parametrische) Weibullverteilung bezeichnet nach den Parametern:

T: Charakteristische Lebensdauer oder Skalenparameter,
die Lebensdauer, die von rund 63,2 % aller Einheiten einer Grundgesamtheit nicht überlebt wird.

b: Formparameter oder Ausfallsteilheit,
Maß für den vorherrschenden Ausfallmechanismus in der Grundgesamtheit. Schematisch gilt die folgende Zuordnung:
b < 1: Frühausfälle
b = 1: Zufallsausfälle
b > 1: Verschleißausfälle

t_0: Ausfallfreie Zeit oder Verschiebungsparameter,
Maß für eine Mindestlebensdauer, die von 100 % aller Einheiten überlebt wird.

Beispiel

Wahrscheinliche Lebensdauer (Rechenbeispiel)

Elektrische Lampen aus einer Fertigung weisen eine charakteristische Lebensdauer von T = 1200 Stunden bei einem Formparameter b = 3,6 auf; allerdings ist in den ersten t_0 = 800 Betriebsstunden nicht mit einem Ausfall zu rechnen.

Welche Lebensdauer wird von R(t) = 90 % der Lampen überstanden?

Lösung:
Die Zeit t, bei der R(t) = 90 % beträgt, ergibt sich durch Umstellung der Formel der Zuverlässigkeitsfunktion R(t > t_0) nach t:

$$t = (1200 \; - \; 800)h * \sqrt[3,6]{-\ln(0,9)} + 800h = 1014h$$

5 Zuverlässigkeitsanalyse

Zuverlässigkeitsdaten können aus verschiedenen Quellen gewonnen werden. Zum einen aus Labor- und Prüffeldversuchen, zum anderen aus der Auswertung von Felddaten (Gewährleistungs-, Garantie- und Kulanzfälle, Reparaturen).

5.1 Erfassung von Labordaten

Im Rahmen eines seriösen Qualitätsmanagements wartet ein Unternehmen aber nicht erst darauf, dass es beim Nutzer zu Ausfällen kommt. Dazu werden außerdem Labordaten betrachtet. **Labordaten** werden, wie der Name schon sagt, im Labor, also unter geplanten Versuchsbedingungen, gewonnen.

Folgende Beispiele sollen die Erfassung von Labordaten illustrieren:

- Der Hersteller von Schmierfetten möchte wissen, wie lange ein Fett beim Einsatz in Wälzlagern bei definierter Last einsatzfähig ist. Dazu werden fünf gleichartige Lager mit Fett gefüllt. Dann werden die Lager so lange angetrieben, bis ein definierter Rollwiderstand überschritten ist; dies wird als Ausfallzeitpunkt bei allen fünf Lagern erfasst. Da der Ausfall aller Einheiten abgewartet wird, heißt die Stichprobe **vollständige Stichprobe**.

- Die Brenndauer von Lampen soll untersucht werden. Es werden 100 Lampen aus der letzten Schicht entnommen und im Versuchsfeld in die Sockel eines dafür vorgesehenen Prüfstandes geschraubt. Die Lampen werden alle gleichzeitig eingeschaltet und nach einem Zufallsmodell einmal pro Stunde für 5 Minuten abgeschaltet. Alle zwei Tage schaut ein Mitarbeiter nach, wie viele Lampen noch funktionieren. Er erfasst die Ausfalldaten so lange, bis nur noch 30 Lampen brennen. Da die Lebensdauern aus dem oberen Zipfel der Lebensdauerverteilung in der Stichprobe fehlen, liegt eine gestutzte Stichprobe vor. Da die großen Lebensdauern hier „der Zensur zum Opfer gefallen" sind, wird die Stichprobe fachsprachlich als **einfach zensiert** bezeichnet.

Wichtig bei Zuverlässigkeitsanalysen ist auch die Bestimmung der Mindestlebensdauer, d. h. der ausfallfreien Zeit t_0. Sie ist für die Angabe von Mindesthaltbarkeitsdaten, Gewährleistungs- und Garantie-Zeiträumen, Wartungsintervalle u.v.m. von großer Bedeutung.

5.2 Lebensdauernetz

Zuverlässigkeitsdaten werden üblicherweise im Lebensdauernetz ausgewertet. Dies ist das Wahrscheinlichkeitsnetz weibullverteilter Merkmalswerte. Wie im Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung werden auch hier die Wahrscheinlichkeiten über den Merkmalswerten aufgetragen - allerdings in Form der Ausfallwahrscheinlichkeit F(t) über der Lebensdauer t. Die Skalenteilung im Lebensdauernetz ist grundsätzlich verschieden.

So ist die x-Achse logarithmisch skaliert mit $\{x = ln(t)\}$ und die y-Achse sogar doppelt logarithmisch mit $y = ln\{-ln[1 - F(t)]\}$.

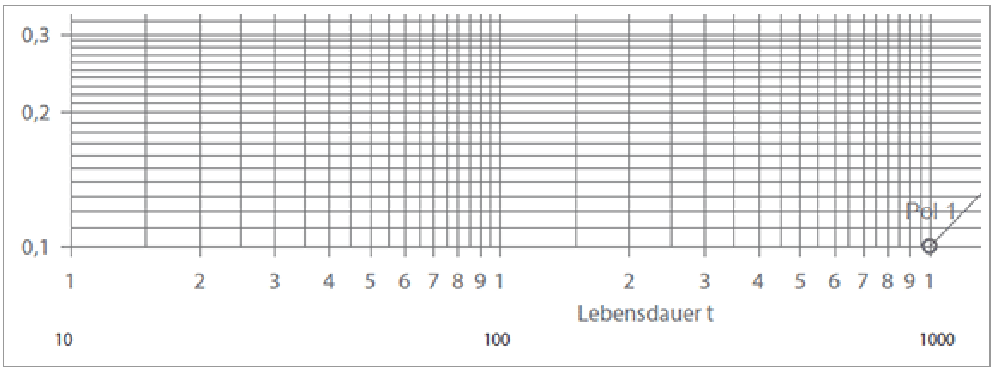


Abb.: Skaleneinteilung Lebensdauernetz

Als Arbeitsunterlage können Sie sich die PDF-Datei des Lebensdauernetzes [261 KB] ausdrucken.

Testdaten und empirische Zuverlässigkeitsdaten aus der Nutzungsphase werden ins Lebensdauernetz als Punkte eingetragen und lassen sich durch eine Ausgleichsgerade oder Ausgleichskurve interpolieren. Die Skalierung gestattet im Lebensdauernetz drei Fälle zu unterscheiden:

Exponentialverteilung (siehe Kapitel 4.2)

Es liegt eine Ausgleichsgerade mit der Steigung b ≈ 1 vor.

Zweiparametrige Weibullverteilung (siehe Kapitel 4.3.1)

Die Ausgleichsgerade weist eine Steigung b ≠ 1 vor:

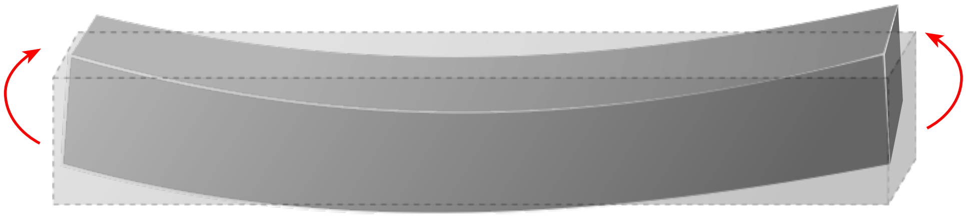
Dreiparametrige Weibullverteilung mit t0 > 0 (siehe Kapitel 4.3.2)

Es entsteht eine nach rechts gekrümmte Ausgleichskurve, die auch als scheinbare Ausgleichsgerade mit sehr hoher, nicht mehr ablesbarer Steigung b > 5 ausgeprägt sein kann. Wenn eine ausfallfreie Zeit ermittelt wird, muss diese anschließend technisch-naturwissenschaftlich (physikalisch, chemisch, biologisch usw.) begründbar sein bzw. erklärt werden.

Zusatz-wissen

Beispiel

5.3 Auswertung im Lebensdauernetz (1/2)



Stahlproben

Es soll untersucht werden, ob der vergütete Stahl 37 Mn Si 5 eine Mindestlebensdauer aufweist und durch welche Kennwerte sein Zuverlässigkeitsverhalten beschrieben werden kann. Dazu werden 14 Stahlproben mit einer Biegewechselbeanspruchung unter Nutzungsbedingungen mit einer Spannungsamplitude von 470 N/mm^2 belastet. In der Tabelle sind die 14 vollständigen Lebensdauern des Wöhlerversuchs in 10^3 Schwingspielen gegeben.

Anmerkung

Bei kleinen Stichproben (n < 50) arbeitet man mit Summenhäufigkeiten von Rangzahlen. Dabei ist eine Rangzahl der Platz, den ein Messwert in einer der Größe nach geordneten Stichprobe einnimmt.

Die Summenhäufigkeiten von Rangzahlen zum Eintragen in das Weibull-Netz finden Sie in der Stichproben-Tabelle [1163 KB]

j	t_j in 10^3	H_j in %
1	426	4,8
2	490	11,7
3	524	18,6
4	558	25,6
5	592	32,6
6	642	39,5
7	714	46,4
8	756	53,6
9	852	60,5
10	959	67,4
11	1187	74,4
12	1341	81,4
13	1876	88,3
14	2223	95,2

Tab.: Bruchschwingspiele und Häufigkeitssummen zum Beispiel Stahlproben

Hinweis

Wöhlerversuch

Der Wöhlerversuch geht auf August Wöhler (*1819, †1914) zurück, der als Eisenbahn-Ingenieur in Frankfurt/Oder den Dauerschwingversuch zur Untersuchung des Versagens von Stählen unter schwingender Beanspruchung entwickelte.

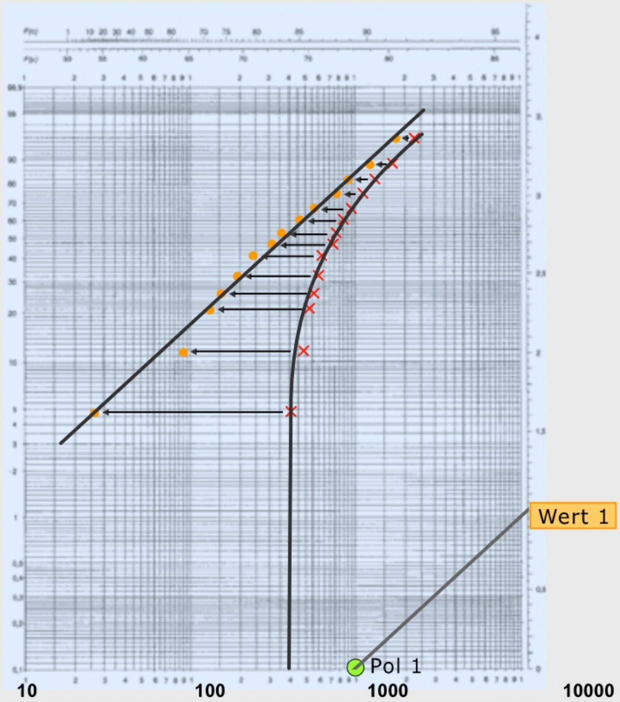
Die Weibullverteilung ist nach dem schwedischen Professor Ernst Hjalmar Waloddi Weibull (*1887, †1979) benannt, der auf die breite Anwendbarkeit des Modells hinwies.

Wegen des geringen Stichprobenumfangs ist die Auswertung der Lebensdauer nicht in klassierter Form durchzuführen. Stattdessen werden die Einzelwerte der Größe nach geordnet aufgelistet. Um sie ins Lebensdauernetz eintragen zu können, werden diesen Einzelwerten Häufigkeitssummen Hj aus der Tabelle zur Eintragung geordneter Stichproben in das Lebensdauernetz zugeordnet. Mit ihrer Hilfe werden die Wertepaare als Kreuze (x) in das Lebensdauernetz (siehe Kapitel 5.4 Auswertung im Lebensdauernetz (2/2)) eingetragen.

Diashow

5.4 Auswertung im Lebensdauernetz (2/2)

Lebensdauernetz



j	t_j^* in 10^3	H_j in %
1	26	4,8
2	90	11,7
3	124	18,6
4	158	25,6
5	192	32,6
6	242	39,5
7	314	46,4
8	356	53,6
9	452	60,5
10	559	67,4
11	787	74,4
12	941	81,4
13	1476	88,3
14	1823	95,2

* reduziert um ausfallfreie Zeit (400)

Ende der Animation

05 / 05

Die eingetragene Punkteschar weist eine deutliche Krümmung nach rechts auf. Eine Ausgleichsgerade kann hier offensichtlich nicht eingezeichnet werden; eher schon eine Ausgleichskurve. **Diese deutet auf eine ausfallfreie Zeit t_0 hin**. Um den Kennwert $\hat{t}_0$ der ausfallfreien Zeit t_0 zu bestimmen, muss die Ausgleichskurve nach unten extrapoliert werden.

Die extrapolierte Ausgleichskurve in der Grafik führt zu einem Wert um $\hat{t}_0$ = 400 * 103 Schwingspiele.

Lebensdauernetz des Beispiels [257 KB]

Zusatz-Wissen

Formel

5.5 Wiederholauswertung

Wenn der Kennwert der ausfallfreien Zeit vorliegt, muss eine Wiederholauswertung vorgenommen werden. Dann werden alle vorliegenden Lebensdauern transformiert:

$$\overset{*}{t}_j = t_j - \hat{t}_0$$

j	t_j in 10^3	H_j in %
1	26	4,8
2	90	11,7
3	124	18,6
4	158	25,6
5	192	32,6
6	242	39,5
7	314	46,4
8	356	53,6
9	452	60,5
10	559	67,4
11	787	74,4
12	941	81,4
13	1476	88,3
14	1823	95,2

Tab.: Um 400 * 10^3 transformierte Bruchschwingspiele und Häufigkeitssummen zum Beispiel Stahlproben

Die t_j-Werte werden nun als Kreise (O) wie zuvor die t_j-Werte bei denselben Häufigkeitssummen ins Lebensdauernetz eingetragen; die Transformation bewirkt eine Linksverschiebung der Punkte.

Im Beispiel lassen sich die Punkte nun gut durch eine Ausgleichsgerade verbinden. Deshalb lassen sich nun an der transformierten Ausgleichsgeraden die Kennwerte der transformierten Lebensdauerverteilung ablesen:

Die Parallele zur Ausgleichsgeraden durch Pol 1 liefert den Kennwert des Formparameters.

$$\hat{b} = 1,0$$

Am Schnittpunkt zwischen der Ausgleichsgeraden und der gestrichelten 63,2 %-Linie lässt sich der Kennwert der transformierten charakteristischen Lebensdauer ablesen.

$$\hat{T}^* = 550 * 10^3$$

Durch Rücktransformation ergibt sich dann der noch fehlende Kennwert der charakteristischen Lebensdauer in Schwingspielen:

$$\hat{T} = \hat{T}^* + \hat{t}_0 = 550 * 10^3 + 400 * 10^3 = 950 * 10^3$$

Die ermittelten Kennwerte für $T,\ b,\ t_s$ beruhen in dem Beispiel auf einer Stichprobe des Umfangs n=14. Diesen Kennwerten müssen Vertrauensbereiche zugeordnet werden, die bei kleinen Stichprobenumfängen recht groß sein können. Ein Vertrauensbereich sagt aus in welchem Bereich der wahre aber unbekannte Kennwert der Grundgesamtheit mit einer statistischen Sicherheit S[%] liegt.

Die Ermittlung von Vertrauensbereichen würde den Rahmen dieser Lerneinheit sprengen. Software für Lebensdaueranalysen ermitteln sie automatisch.

Zusammenfassung

- Zuverlässigkeit ist Qualität auf Zeit unter Beachtung von Anwendungsbedingungen.
- Zuverlässigkeitsangaben beziehen sich auf Versagen oder Ausfall, nicht auf Zerstörung.
- Einfache Kennwerte der Zuverlässigkeit sind MTBF und MTTF.
- Die momentane Ausfallwahrscheinlichkeit wird durch die Ausfallrate angegeben.
- Bei Lebewesen und vielen technischen Produkten kann die Badewannenkurve der Ausfallrate beobachtet werden.
- Die Zuverlässigkeitsfunktion beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Einheit eine bestimmte Zeitspanne übersteht.
- Zur Berechnung von Funktionswerten der Zuverlässigkeitsfunktion wird die Weibull-Verteilung verwendet, wobei zwischen Exponentialverteilung als Spezialfall der Weibullverteilung, sowie 2- und 3-parametriger Weibullverteilung unterschieden wird.
- In der Nutzungsphase werden Felddaten erfasst; Labordaten runden die Zuverlässigkeitsanalyse ab, in der Entwicklung werden Zuverlässigkeitstests gemacht.
- Ergebnisse von Lebensdauerdaten werden einer Zuverlässigkeitsanalyse im Lebensdauernetz unterzogen.
- Das Vorliegen einer ausfallfreien Zeit wird durch eine nach rechts gekrümmte Ausgleichskurve im Lebensdauernetz erkennbar.
- Die Kennwerte der charakteristischen Lebensdauer, des Formparameters und der ausfallfreien Zeit können im Lebensdauernetz abgelesen werden.
- Werte für die Zuverlässigkeitsfunktionen die aus Stichproben berechnet werden müssen mit Vertrauensbereichen versehen werden.

Wissensüberprüfung

Versuchen Sie die hier aufgeführten Fragen selbständig kurz zu beantworten, bzw. zu skizzieren. Wenn Sie eine Frage noch nicht beantworten können, kehren Sie noch einmal auf die entsprechende Seite in der Lerneinheit zurück und versuchen Sie sich die Lösung zu erarbeiten.

Berechnen

Übung ZUV-01

Weibullverteilung und Lebensdauernetz

Aufgabe 1

In einem Betrieb werden Geräte hergestellt, deren Lebensdauerverhalten durch eine zweiparametrige Weibullverteilung mit dem Formparameter b = 2,5 beschrieben werden kann. Der Hersteller gewährte Garantie für ein Jahr und musste am Ende des Jahres 0,5 % Gewährleistungsfälle feststellen.

1. Wie groß ist die zu erwartende charakteristische Lebensdauer?
2. Mit welchem Anteil von Garantiefällen ist zu rechnen, wenn die Garantiezeit auf zwei Jahre verlängert werden soll?

Aufgabe 2

Im Rahmen der Instandhaltungsplanung wird in einem Unternehmen die Standzeit von Zahnriemen untersucht. 14 nacheinander ausgetauschte Zahnriemen haben dabei die folgenden (sortierten) Standzeiten in Tagen überlebt: (Symbol für Tage = d)

43	46	48	50	52	53	56	60	61	61	62	66	70	83

1. Werten Sie die Standzeiten grafisch im Lebensdauernetz aus.
2. Liegt eine Mindeststandzeit der Zahnriemen vor? Und wenn ja, wie groß ist sie?
3. Kann eine eventuell vorhandene Mindeststandzeit bei Zahnriemen technisch erklärt werden?
4. Wie lauten die Kennwerte von charakteristischer Standzeit und Formparameter?

Lösungshinweise (Siehe Anhang)

Lebensdauernetz Vorlage (pdf) [501 KB]

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Appendix

Lösungshinweise Übung ZUV-01

Aufgabe 1

1. $F(t = 1a) = 0,5\% = 0,005 \rightarrow R(t = 1a) = 0,995$

   $$T = \frac{i}{\sqrt[b]{-1nR(t)}} = \frac{1a}{\sqrt[2,5]{-1n(0,995)}} = 8,32a \approx \text{8 Jahre} + \text{4 Monate}$$

2. $F\left(t\right) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)^{b}\right]$

   $$F\left(t = 2a\right) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{2a}{8,32a}\right)^{2,5}\right] = 0,0279 \approx 2,8\%$$

Aufgabe 2

1. Auswertung im Lebensdauernetz

   Die ins Lebensdauernetz eingetragenen Werte zeigen einen sehr steilen Verlauf und deuten auf eine Krümmung.

j	t_j in d	H_j in %
1	43	4,8
2	46	11,7
3	48	18,6
4	50	25,6
5	52	32,6
6	53	39,5
7	56	46,4
8	60	53,6
9	61	60,5
10	61	67,4
11	62	74,4
12	66	81,4
13	70	88,3
14	86	95,2

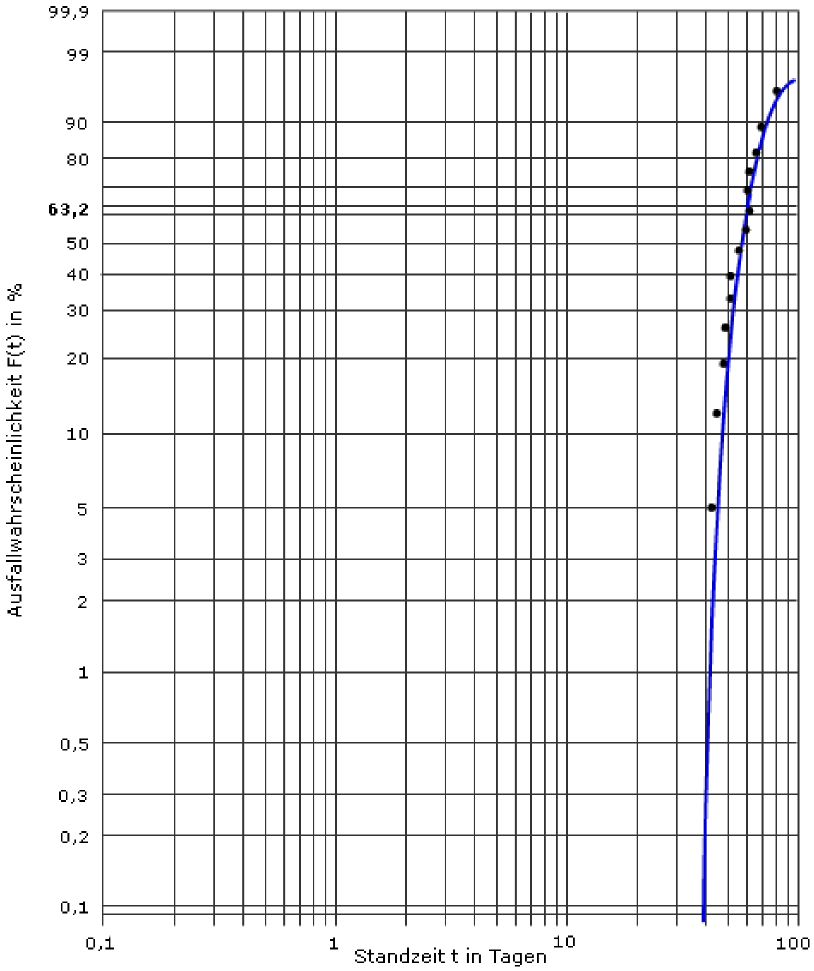


Abb.: Schätzung der ausfallfreien Zeit t_0 im Lebensdauernetz

2. Die ausfallfreie Mindeststandzeit kann im Lebensdauernetz aus der Extrapolation geschätzt werden mit: $\hat{t}_0 = 39$ Tage

3. Das Entstehen einer ausfallfreien Zeit bei Zahnriemen ist technisch plausibel. So könnten Gefügeveränderungen (z. B. Streckung oder Vernetzung von Makromolekülen) im Kunststoff im Laufe der Zeit zu Versprödung und Rissbildung und damit zum Ausfall führen.

4. Kennwerte der Weibullverteilung

   Die Wiederholeintragung der transformierten Werte ins Lebensdauernetz führt zu den Kennwerten:

j	t^*_j in d	H_j in %
1	4	4,8
2	7	11,7
3	9	18,6
4	11	25,6
5	13	32,6
6	14	39,5
7	17	46,4
8	21	53,6
9	22	60,5
10	22	67,4
11	23	74,4
12	27	81,4
13	31	88,3
14	44	95,2

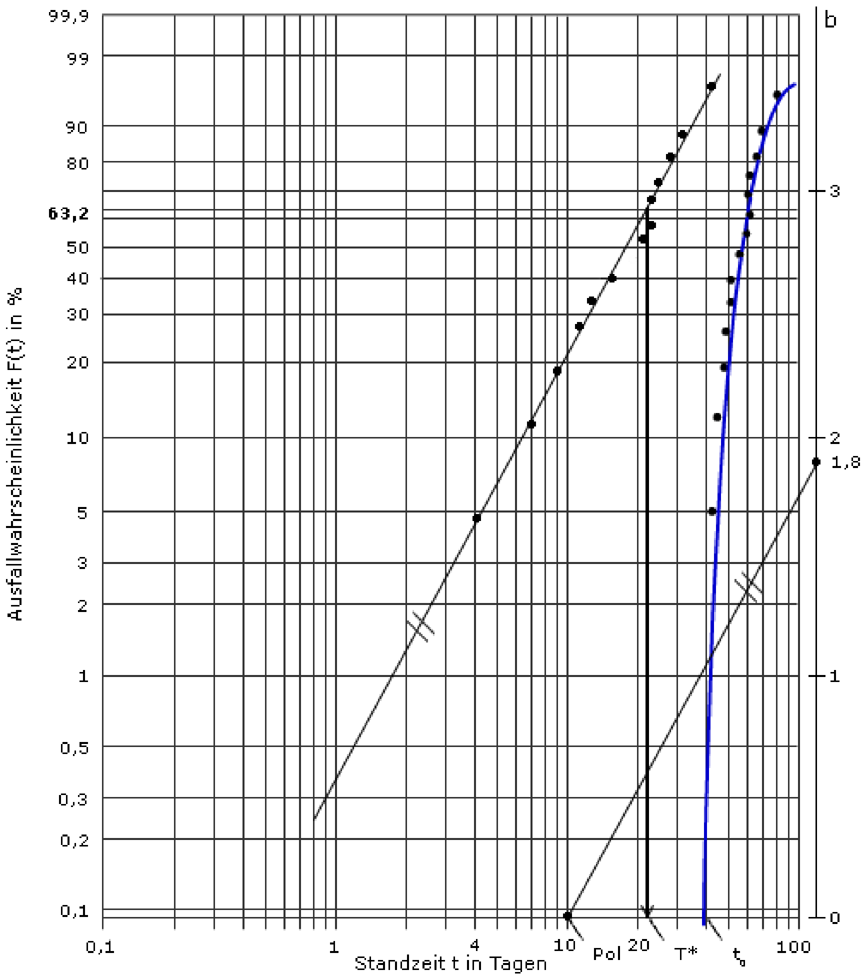


Abb.: Endgültige Auswertung im Lebensdauernetz

$\hat{t}_0 =$ 39 Tage

$\hat{T} = (\hat{T}^* + \hat{t}_0) = (22 + 39)d =$ 61 Tage

$\hat{b} = 1,80$ (aus Parallelverschiebung der Weibull-Gerade durch den Pol und Ablesung an rechter Skala)

Das „Dach" über den Kennwerten zeigt, dass diese aus Stichprobenwerten ermittelt werden. Sie können es weglassen, müssen es aber interpretieren können wenn Sie bspw. mit Software arbeiten.

Formelsammlung

MGF · Messgerätefähigkeitsuntersuchung (MgFU)

$$4 \times s_W + |\overline{x}_a - x_r| \overset{!}{\leq} \frac{T}{10} = \frac{OGW - UGW}{10}$$

Der 95,4%-Bereich der Messunsicherheit **4xs$_w$** entspricht der sogenannten Wiederholstreubreite und soll laut „Goldener Regel der Messtechnik” nicht mehr als 10 % der Toleranz verbrauchen. Zusammen mit der systematischen Abweichung $|\overline{x}_a - x_r|$ kann diese Schranke gegebenenfalls auf 15% der Toleranz erweitert werden.

$$AL \overset{!}{\leq} \frac{T}{20} = \frac{OGW - UGW}{20}$$

Die Auflösung **AL** entspricht der kleinsten Skalenteilung zwischen zwei möglichen Messwerten bei analoger Anzeige. Bei digitalen Messgeräten richtet sich die Auflösung nach dem kleinsten Inkrement des Messwertgebers.

$$C_g = \frac{T \times 0,2}{4 \times s_W} \overset{!}{\geq} 1,33$$

Der Messgerätefähigkeitskennwert **C$_g$** überprüft die Einhaltung der Anforderung bei der Beurteilung der Präzision. Dabei steht **C** für engl. Capability(Fähigkeit) und **g** für engl. gauge (Gebrauchsnormal,Lehre, Messuhr). Als Bezugsgröße gilt der übliche 95,4 %-Bereichs der Meßunsicherheit mit **4×s$_w$**.

$$C_{gk} = Min\left(\frac{(0,1 \times T + x_r) - \overline{x}_a}{2 \times s_W} ; \frac{\overline{x}_a - (x_r - 0,1 \times T)}{2 \times s_W}\right) \overset{!}{\geq} 1,33$$

Der Messgeräte-Fähigkeitskennwert **C$_{gk}$** wird für die Beurteilung der Genauigkeit berechnet und beinhaltet die systematischen und zufälligen Abweichungen.

$$T = OGW - UGW$$

Toleranzbereich.

$$s_W = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}_a)^2}$$

Die Berechnung der Wiederholstandardabweichung $\mathbf{s_w}$ erfolgt zur Beurteilung der Präzision.

$$\overline{x}_a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Die Berechnung des Mittelwertes (Index **a** für accuracy = Richtigkeit) ist für die Beurteilung der Genauigkeit erforderlich.

MFU · Maschinenfähigkeitsuntersuchung

$$C_m = \frac{T}{6 \times s} = \frac{OGW - UGW}{6 \times s} \overset{!}{\geq} 1,67$$

Berechnung des Maschinenfähigkeitskennwertes $\mathbf{C_m}$, der aussagt, wie viel mal die Fertigungsstreubreite in die Toleranz passt.

$$C_{mo} = \frac{OGW - \overline{x}}{3 \times s}$$

$$C_{mu} = \frac{\overline{x} - UGW}{3 \times s}$$

Berechnung der Grenzwerte des kritischen Maschinenfähigkeitkennwerts, $\mathbf{C_{mo}}$ (Oberer Zwischenwert) und $\mathbf{C_{mu}}$ (Unterer Zwischenwert) anhand von Mittelwert und Standardabweichung.

$$C_{mk} = Min\left(C_{mo};\, C_{mu}\right) \overset{!}{\geq} 1,67$$

Der kritische Maschinenfähigkeitskennwert $\mathbf{C_{mk}}$ ist der kleinere – das Minimum – von beiden und damit grundsätzlich nicht größer als $\mathbf{C_m}$.

$$s = +\sqrt{s^2} = +\sqrt{\frac{1}{n-1} \times \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$

Die rechnerische Ermittlung der Standardabweichung **s** berechnet sich aus der positiven Quadratwurzel der Stichproben-Varianz, die sich als Summe aller quadrierten Abweichungen zwischen den Merkmalswerten x und dem Mittelwert $\overline{x}$, geteilt durch den um eins reduzierten Stichprobenumfang, berechnen lässt.

$$\hat{u}_{OGW} = \frac{C_{mo}}{3} = \frac{OGW - \overline{x}}{s}$$

$$\hat{u}_{UGW} = \frac{C_{mu}}{3} = \frac{\overline{x} - UGW}{s}$$

Berechnung des Überschreitungsanteils durch die Umrechnung der Fähigkeitskennwerte in die sogenannte Standard-Normalverteilungsvariable **u**.

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \times \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Der Mittelwert ist als Summe aller Merkmalswerte, geteilt durch den Stichprobenumfang, definiert.

$$x_{ob} = \mu + 3 \times s$$

$$x_{un} = \mu - 3 \times s$$

$$\mu \pm 3s = \sigma s - Streubereich\,(99,73\,\%\;Zufallsstreubereich)$$

Beschrieben wird die Fertigungsstreuung durch den Fertigungsstreubereich zwischen den Grenzen. Die Grenzen bildet die untere Zufallsgrenze **xun** und die obere Zufallsgrenze **xob**.

PFS · Prozessfähigkeit und Prozesssicherheit

$$\hat{\mu} = \overline{\overline{x}} = \frac{1}{m} \times \sum_{j=1}^{m} \overline{x}_j$$

Der Schätzwert für **µ** wird als Mittelwert der Stichproben-Mittelwerte berechnet.

$$\overline{s^2} = \frac{1}{m} \times \sum_{j=1}^{m} {s_j}^2$$

Berechnung der mittleren Varianz durch das Quadrieren jeder Stichproben-Standardabweichung **s**. Dadurch entstehen die Varianzen **s²**.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\overline{s^2}}$$

Nur durch diesen Umweg über die mittlere Varianz kann ein sogenannter Berechnung des erwartungstreuen Schätzwertes der Prozess-Standardabweichung σ.

$$C_p = \frac{T}{6 \times \hat{\sigma}} = \frac{OGW - UGW}{6 \times \hat{\sigma}} \overset{!}{\geq} 1,33$$

Gilt für normalverteilte Prozesse $6\hat{\sigma} = 99,73\,\%$ Zufallsstreubereich einer Normalverteilung.
Die Ermittlung des Prozessfähigkeitskennwertes $\mathbf{C_p}$ ist ein Maß für die potenzielle Qualitätsfähigkeit eines beherrschten Prozesses: Für nicht normalverteilte Prozesse erfolgt die Berechnung nach der Percentilmethode..

$$C_p = \frac{OGW - UGW}{O_{p3} - U_{p3}}$$

Die Ermittlung des Prozessfähigkeitskennwertes $\mathbf{C_p}$ nach dem Prinzip der Percentilmethode.

$$C_{po} = \frac{OGW - \hat{\mu}}{3 \times \hat{\sigma}}$$

$$C_{pu} = \frac{\hat{\mu} - UGW}{3 \times \hat{\sigma}}$$

Berechnung der Grenzwerte des kritischen Prozessfähigkeitkennwerts, $\mathbf{C_{po}}$ (Oberer Zwischenwert) und $\mathbf{C_{pu}}$ (Unterer Zwischenwert) anhand der Schätzwerte.

$$C_{pk} = Min(C_{pu};\, C_{po}) \overset{!}{\geq} 1,33$$

Ermittlung des kritischen Prozessfähigkeitskennwert $\mathbf{C_{pk}}$, der als Verhältnis zwischen dem kritischen Abstand des Prozessmittelwertes zur halben Prozess-Streubreite definiert ist.

$$C_{pk} = Min\left(\frac{OGW - \mu}{O_{p3} - \mu}\,;\, \frac{\mu - UGW}{\mu - U_{p3}}\right)$$

Die Ermittlung des kritischen Prozessfähigkeitskennwertes $\mathbf{C_{pk}}$ nach dem Prinzip der Percentilmethode.

$$O_{p3} = \mu + 3 \times \sigma$$

$$U_{p3} = \mu - 3 \times \sigma$$

$$O_{p2} - U_{p2} \mathrel{\hat{=}} 6\sigma$$

$6\sigma = 99,73\%$ Zufallsstreubereich der Normalverteilung.

Alternative Berechnung von C für normalverteilte Prozesse:

$$C_{Pk} = (1-k) * c_p \;\; k = \frac{|z - \mu|}{\frac{T}{2}}$$

T= Toleranzbreite, $|z - \mu|$ = Differenz zwischen Zielwert und Prozessmittelwert

---

SPC · Statistische Prozesslenkung

$$\begin{aligned} OEG &= \mu + A_E \times \sigma \\ OWG &= \mu + A_W \times \sigma \\ M &= \mu \\ UWG &= \mu - A_W \times \sigma \\ UEG &= \mu - A_E \times \sigma \end{aligned}$$

Berechnung der Eingriffs- und Warngrenzen einer Sollwert-QRK.

$$\begin{aligned} OEG &= B_{OEG} \times \sigma \\ OWG &= B_{OWG} \times \sigma \\ M &= a_n \times \sigma \\ UWG &= B_{UWG} \times \sigma \\ UEG &= B_{UEG} \times \sigma \end{aligned}$$

Standardabweichungskarte (s-Karte), die zur Streuungsüberwachung angelegt wird.

SPS · Stichprobensysteme

$$P(x) = \binom{n}{x} \times p^x \times q^{n-x}$$

Modell der Binomialverteilung - stellt die Wahrscheinlichkeit dar, x fehlerhafte UND (n-x) fehlerfreie Einheiten bei Entnahme einer Stichprobe von n Einheiten aus einer Grundgesamtheit mit einem Anteil fehlerhafter Einheiten p zu entnehmen.

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}$$

Binomialverteilung gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, fehlerhafte Einheiten aus der Stichprobe auszuwählen.

$$g(x) = g(x;\, n, p) = \binom{n}{x} \times p^x \times (1-p)^{n-x} \;, \quad \text{für } 0 \leq x \leq n$$

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion **g(x)** gibt Auskunft über die x fehlerhaften Einheiten die in einer Stichprobe in Abhängigkeit des Stichprobenumfangs n und des Fehleranteils im Los zu finden sind.

ZUV - Zuverlässigkeitsprüfung

$$R(t \leq t_0) = 1$$

$$R(t > t_0) = exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b\right]$$

Die Zuverlässigkeitsfunktion **R(t)** der Weibullverteilung wird zur Berechnung der Zuverlässigkeit für die Nutzungsphase verwendet - Dreiparametrige Weibullverteilung.

$$F(t \leq t_0) = 0$$

$$F(t > t_0) = 1 - R(t) = 1 - exp\left[-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0}\right)^b\right]$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit wird nach der Ausfall-Verteilungsfunktion **F(t)** berechnet.

$$R(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)\right]$$

Die Zuverlässigkeitsfunktion beschreibt den Vorfall, wenn keine ausfallfreie Zeit vorliegt und der Formparameter b=1 lautet - Einparametrige Exponentialverteilung.

MTTF = T

Die charakteristische Lebensdauer **T** ist gleich der mittleren Lebensdauer **MTTF**.

MTBF = T

Die charakteristische Lebensdauer **T** ist gleich der mittlere Ausfallabstand **MTBF**.

$$\lambda = \lambda(t) = \frac{1}{T}$$

Die Ausfallrate $\lambda(t)$ ist bei Zufallsausfällen konstant und entspricht dem Kehrwert der charakteristischen Lebensdauer.

$$R(t) = exp\left[-\left(\frac{t}{T}\right)^b\right]$$

Die Zuverlässigkeitsfunktion beschreibt den Vorfall, wenn keine ausfallfreie Zeit vorliegt - Zweiparametrige Weibullverteilung.

$$\overset{*}{t}_j = t_j - \hat{t}_0$$

Verfahren zur Wiederholauswertung, sobald der Kennwert der ausfallfreien Zeit vorliegt.